

การปรับลำดับแผนภาพตัดสินใจทวิภาคด้วยการเรียนรู้ต้นไม้ตัดสินใจและการค้นหาต้องห้าม

A Reordering Binary Decision Diagram based on Decision Tree Learning and Tabu Search

พิเชษฐ กันทะวัง¹ ชลเย็น หงส์ไพศาลวิวัฒน์¹ สุกรี สินธุภิญโญ¹ และ บุญเสริม กิจศิริกุล²Pichet Kuntawang¹, Cholyeun Hongpaisanwivat¹, Sukree Sinthupinyo¹ and Boonserm Kijisirikul²

บทคัดย่อ:

เนื่องจากแผนภาพตัดสินใจทวิภาคเป็นโครงสร้างข้อมูลแบบกราฟที่มีประสิทธิภาพในการแทนฟังก์ชันบูลีน แผนภาพตัดสินใจทวิภาคจึงถูกนำไปประยุกต์ใช้กับงานต่างๆ ของการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยในการออกแบบ แต่ปัญหาหนึ่งที่พบเกี่ยวกับแผนภาพตัดสินใจทวิภาคคือ ขนาดของแผนภาพตัดสินใจทวิภาคจะขึ้นอยู่กับลำดับของตัวแปร ดังนั้นวิธีการหาลำดับตัวแปรที่ดีจึงเป็นสิ่งสำคัญในการสร้างแผนภาพตัดสินใจทวิภาคที่มีขนาดเล็ก

งานวิจัยฉบับนี้ได้นำเสนอวิธีการปรับลำดับแผนภาพตัดสินใจทวิภาค โดยวิธีการที่นำเสนอจะใช้การเรียนรู้ต้นไม้ตัดสินใจ ร่วมกับเทคนิคการค้นหาต้องห้าม ซึ่งเป็นเทคนิคของปัญญาประดิษฐ์ โดยการหาลำดับตัวแปรเริ่มต้นของแผนภาพตัดสินใจทวิภาคจากนั้นจะลดขนาดของแผนภาพตัดสินใจทวิภาคด้วยเทคนิคการค้นหาต้องห้าม โดยเปรียบเทียบกับวิธีการปรับปรุงแบบก้าวหน้าที่มีอยู่เดิมซึ่งได้รับการปรับปรุงการเลือกตัวแปรแล้ว เช่น AD2 AD3 AD4 AR ARSA และ SIFTING

ผลการทดลองกับวงจรวัดเปรียบเทียบสมรรถนะของ MCNC แสดงให้เห็นว่าวิธีการปรับลำดับแผนภาพตัดสินใจทวิภาคที่นำเสนอ สามารถให้แผนภาพที่มีขนาดเล็กกว่าเมื่อเทียบกับขนาดแผนภาพตัดสินใจทวิภาคที่ได้จากวิธีการปรับปรุงแบบก้าวหน้าทุกแบบที่กล่าวมาข้างต้น

Abstract

Binary Decision Diagrams (BDDs) is a compact representation of Boolean functions. BDDs have been widely used in CAD applications, such as format verification, logic synthesis, fault simulation and test generation. One problem of the BDD is that its size largely depends on the choice of an ordering of variables. Thus a method of finding good variable ordering is needed.

This paper presents a method for Binary Decision Diagram construction that makes use of two techniques in the field of Artificial Intelligence, i.e., Tabu search and Decision Tree Learning (DTL). DTL is employed to find an initial variable ordering. The initial BDDs are further minimized by Tabu search. Our method is empirically evaluated by comparing with the gradual improvement algorithms known in the literature, i.e., AD2, AD3, AD4, AR, ARSA, and Sifting. The experimental results on the MCNC Benchmark circuits show that BDDs constructed by our proposed method are smaller than those by the previous algorithms.

P Kuntawang: pichet_k@rit.ac.th

¹ ภาควิชาวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ปทุมธานี 12121¹ Department of Computer Science, Faculty of Science and Technology, Thammasat University, Patumthani 12121.² ภาควิชาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์ คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อ.พญาไท เขตปทุมวัน กรุงเทพมหานคร 10330² Department of Computer Engineering, Faculty of Engineering, Chulalongkorn University, Bangkok 10330.

1. บทนำ

ฟังก์ชันบูลีน (Boolean function) เป็นฟังก์ชันทางตรรกะที่ใช้แสดงการทำงานของวงจรดิจิทัล ซึ่งสามารถนำมาประยุกต์ใช้กับงานต่าง ๆ ของการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยในการออกแบบ เช่น การสังเคราะห์ (synthesis), การทวนสอบ (verification), การจำลองข้อผิดพลาด (fault simulation) และการทดสอบวงจร (test generation) เป็นต้น

การแทนฟังก์ชันบูลีนในรูปของตารางค่าความจริง (truth table) มีข้อจำกัดคือ ขนาดของตารางขึ้นอยู่กับจำนวนตัวแปร โดยที่ตารางจะมีขนาดเป็นฟังก์ชันเลขชี้กำลังของจำนวนตัวแปร(exponential size)

แผนภาพตัดสินใจทวิภาค (Binary Decision Diagram) เป็นโครงสร้างข้อมูลแบบกราฟที่มีประสิทธิภาพในการแสดงฟังก์ชันบูลีน โดยแผนภาพตัดสินใจทวิภาคที่มีลำดับตัวแปรแน่นอนสามารถแสดงได้เพียงรูปเดียวเท่านั้น (canonical form) และแผนภาพตัดสินใจทวิภาคที่มีขนาดเล็กจะส่งผลให้ประหยัดเนื้อที่ในการจัดเก็บและเวลาที่ใช้ในการประมวลผล และส่งผลไปถึงขนาดของวงจรดิจิทัลที่ฟังก์ชันบูลีนแทนอยู่ให้มีขนาดเล็กตามไปด้วย ซึ่งขนาดของแผนภาพตัดสินใจทวิภาคขึ้นอยู่กับลำดับของตัวแปรที่ใช้ในการสร้าง ดังนั้นสิ่งที่สำคัญคือการหาลำดับของตัวแปรที่ดี เพื่อนำไปสู่การสร้างแผนภาพตัดสินใจทวิภาคที่มีขนาดเล็ก

2. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

แผนภาพตัดสินใจทวิภาค (Binary Decision Diagrams : BDD) [2] เป็นโครงสร้างข้อมูลแบบกราฟที่มีประสิทธิภาพในการแสดงฟังก์ชันบูลีน แต่ปัญหาหนึ่งที่พบกับแผนภาพตัดสินใจทวิภาคคือการหาลำดับตัวแปรที่ดี เพื่อนำไปสู่การสร้างแผนภาพตัดสินใจทวิภาคที่มีขนาดเล็ก

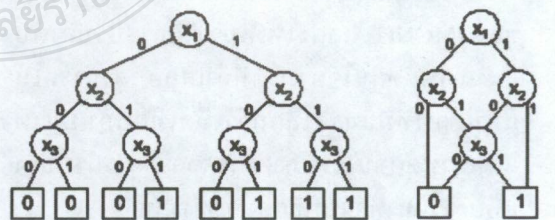
วิธีที่ใช้ในการหาลำดับตัวแปรที่ดีสามารถแบ่งเป็น 3 ประเภท คือ (1)วิธีการศึกษาสำนึก (heuristic method) เป็นการใชกฎเกณฑ์เชิงศึกษาสำนึกสำหรับการเลือกตัวแปรในแต่ละลำดับ[5,6] เพื่อหาลำดับ

ตัวแปรที่ดีกว่า (2) วิธีการปรับปรุงแบบก้าวหน้า (gradual improvement method) เป็นการแลกเปลี่ยนลำดับตัวแปร เพื่อให้ได้ลำดับตัวแปรที่ดีกว่า [8-11] ขั้นตอนวิธีในประเภนี้ ได้แก่ AD2,AD3,AD4,AR, ARSA และ SIFTING และ (3)วิธีการทำทั้งหมด (exhaustive method) เป็นการหาลำดับตัวแปรที่ดีที่สุด โดยทดลองสร้างแผนภาพตัดสินใจทวิภาคที่เป็นไปได้ทั้งหมด ซึ่งใช้เวลานานและไม่มีประสิทธิภาพ[12]

การค้นหาต้องห้าม (Tabu Search) เป็นเทคนิควิธีการค้นหาผลเฉลยสำหรับปัญหาการจัดวางที่เหมาะสม (combinatorial optimization) โดยใช้ส่วนประกอบที่สำคัญ 2 ชนิดคือ หน่วยความจำระยะสั้นเพื่อค้นหาผลเฉลยอย่างละเอียด และหน่วยความจำระยะยาวเพื่อค้นหาผลเฉลยหลากหลาย เพื่อจะนำไปสู่ผลเฉลยที่ดีที่สุด ซึ่งการลำดับตัวแปรเป็นปัญหาลักษณะเดียวกับปัญหาการเดินทางของนักขาย (Traveling Sale person)[22] และปัญหาต้นไม้ขนาด k กิ่ง [22] ซึ่งการค้นหาต้องห้ามสามารถแก้ปัญหาเหล่านี้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ จึงคาดว่า การค้นหาต้องห้ามน่าจะปรับลำดับแผนภาพตัดสินใจทวิภาคได้อย่างมีประสิทธิภาพเช่นเดียวกัน

งานวิจัยนี้เสนอแนวทางการหาลำดับของตัวแปรที่ดี โดยใช้เทคนิคการค้นหาต้องห้ามร่วมกับการเรียนรู้ต้นไม้ตัดสินใจในการปรับลำดับตัวแปรของแผนภาพตัดสินใจทวิภาค

3. แผนภาพตัดสินใจทวิภาค



รูปที่ 1 กราฟตัดสินใจและแผนภาพตัดสินใจทวิภาคของฟังก์ชัน $x_1, x_2 + x_3$

แผนภาพตัดสินใจทวิภาค คือโครงสร้างข้อมูลแบบ Directed Acyclic Graphs ซึ่งใช้สำหรับแทนฟังก์ชันบูลีน โดยแต่ละโหนดหมายถึงตัวแปร โนตรงระดับเดียวกันจะเป็นตัวแปรเดียวกันทุกตัว แต่ละโหนดจะมีกิ่ง 0 และ 1 เพื่อใช้ในการตัดสินใจ โดยมีคุณสมบัติการลดรูปดังนี้

- ไม่มีกราฟย่อยใดๆ ที่เหมือนกัน
- ไม่มีโหนดใดที่กราฟย่อยทางซ้ายและขวาเหมือนกันกราฟตัดสินใจและแผนภาพตัดสินใจทวิภาคแสดงในรูปที่ 1 ซึ่งกำหนดให้ตัวแปรมีลำดับ (x_1, x_2, x_3)

4. การปรับปรุงแบบก้าวหน้า

การปรับปรุงแบบก้าวหน้า เป็นวิธีการหาลำดับของตัวแปรที่ดี ภายหลังจากสร้างแผนภาพตัดสินใจทวิภาคโดยใช้การแลกเปลี่ยนลำดับของตัวแปร เพื่อลดขนาดของแผนภาพตัดสินใจทวิภาคให้เล็กลง โดยขั้นตอนวิธีสำหรับการปรับปรุงแบบก้าวหน้า ได้แก่ AD2 AD3 AD4 AR ARSA และ SIFTING

(1) ขั้นตอนวิธี AD2 AD3 และ AD4

ขั้นตอนวิธี AD2 เป็นการแลกเปลี่ยนตัวแปร 2 ตัวที่อยู่ติดกัน ดังรูปแสดงตัวอย่างการเรียงสับเปลี่ยนของขั้นตอนวิธี AD2 สำหรับตัวแปร x_3 และ x_4

$x_1, x_2, x_3, x_4, x_1, x_2, x_3, x_4$	เริ่มต้น
$x_1, x_2, x_4, x_3, x_1, x_2, x_3, x_4$	สลับที่ (x_3, x_4)

ขั้นตอนวิธี AD3 เป็นการแลกเปลี่ยนตัวแปร 3 ตัว ที่อยู่ติดกัน ดังรูปแสดงตัวอย่างการเรียงสับเปลี่ยนของขั้นตอนวิธี AD3 สำหรับตัวแปร x_2, x_3 และ x_4

$x_1, x_2, x_3, x_4, x_1, x_2, x_3, x_4$	เริ่มต้น
$x_1, x_3, x_2, x_4, x_1, x_3, x_2, x_4$	สลับที่ (x_2, x_3)
$x_1, x_4, x_2, x_3, x_1, x_4, x_2, x_3$	สลับที่ (x_2, x_4)
$x_1, x_3, x_4, x_2, x_1, x_3, x_4, x_2$	สลับที่ (x_2, x_3)
$x_1, x_4, x_3, x_2, x_1, x_4, x_3, x_2$	สลับที่ (x_2, x_4)
$x_1, x_2, x_4, x_3, x_1, x_2, x_4, x_3$	สลับที่ (x_2, x_3)

ขั้นตอนวิธี AD4 เป็นการแลกเปลี่ยนตัวแปร 4 ตัว ที่อยู่ติดกัน ดังรูปแสดงตัวอย่างการเรียงสับเปลี่ยนของขั้นตอนวิธี AD4 สำหรับตัวแปร x_1, x_2, x_3 และ x_4

$x_1, x_2, x_3, x_4, x_1, x_2, x_3, x_4$	เริ่มต้น
$x_2, x_1, x_3, x_4, x_2, x_1, x_3, x_4$	สลับที่ (x_1, x_2)
$x_3, x_1, x_2, x_4, x_3, x_1, x_2, x_4$	สลับที่ (x_2, x_3)
$x_4, x_1, x_2, x_3, x_4, x_1, x_2, x_3$	สลับที่ (x_3, x_4)
$x_1, x_4, x_2, x_3, x_1, x_4, x_2, x_3$	สลับที่ (x_2, x_4)
$x_2, x_4, x_1, x_3, x_2, x_4, x_1, x_3$	สลับที่ (x_3, x_4)
$x_3, x_4, x_1, x_2, x_3, x_4, x_1, x_2$	สลับที่ (x_1, x_4)
$x_4, x_3, x_1, x_2, x_4, x_3, x_1, x_2$	สลับที่ (x_2, x_4)
$x_1, x_2, x_4, x_3, x_1, x_2, x_4, x_3$	สลับที่ (x_1, x_4)
$x_2, x_3, x_1, x_4, x_2, x_3, x_1, x_4$	สลับที่ (x_1, x_2)
$x_3, x_4, x_1, x_2, x_3, x_4, x_1, x_2$	สลับที่ (x_1, x_3)
$x_4, x_3, x_1, x_2, x_4, x_3, x_1, x_2$	สลับที่ (x_2, x_4)

$x_2, x_3, x_1, x_4, x_2, x_3, x_1, x_4$	สลับที่ (x_2, x_3)
$x_3, x_4, x_1, x_2, x_3, x_4, x_1, x_2$	สลับที่ (x_1, x_3)
$x_4, x_3, x_1, x_2, x_4, x_3, x_1, x_2$	สลับที่ (x_1, x_4)
$x_1, x_4, x_2, x_3, x_1, x_4, x_2, x_3$	สลับที่ (x_2, x_4)
$x_2, x_3, x_4, x_1, x_2, x_3, x_4, x_1$	สลับที่ (x_1, x_2)
$x_3, x_4, x_2, x_1, x_3, x_4, x_2, x_1$	สลับที่ (x_1, x_3)
$x_4, x_3, x_2, x_1, x_4, x_3, x_2, x_1$	สลับที่ (x_1, x_4)
$x_1, x_2, x_4, x_3, x_1, x_2, x_4, x_3$	สลับที่ (x_2, x_4)
$x_2, x_3, x_4, x_1, x_2, x_3, x_4, x_1$	สลับที่ (x_1, x_2)
$x_3, x_4, x_2, x_1, x_3, x_4, x_2, x_1$	สลับที่ (x_1, x_3)
$x_4, x_3, x_2, x_1, x_4, x_3, x_2, x_1$	สลับที่ (x_1, x_4)

(2) ขั้นตอนวิธี AR และ ARSA เป็นการแลกเปลี่ยนตัวแปร 2 ตัวใดๆ แบบสุ่มของแผนภาพตัดสินใจทวิภาคที่มีตัวแปรทั้งหมด n ตัว แล้วทดลองสร้างแผนภาพตัดสินใจทวิภาคใหม่ที่ได้จากการแลกเปลี่ยนตัวแปรทั้งสองตัว จากนั้นเปรียบเทียบขนาดของแผนภาพที่ได้ โดยขั้นตอนวิธี AR จะเลือกแผนภาพตัดสินใจทวิภาคที่เล็กกว่าเท่านั้นสำหรับการพัฒนา

ส่วนขั้นตอนวิธี ARSA จะยอมให้เลือกแผนภาพตัดสินใจที่วิภาคที่ใหญ่ขึ้นได้บ้างสำหรับการพัฒนา โดยจะใช้น่าจะเป็นตามเทคนิคของการอบเหนียวจำลอง (simulated annealing) [12,22] ดังสมการที่ 1 สำหรับการเลือกแผนภาพตัดสินใจที่วิภาคที่ใหญ่ขึ้น กระบวนการนี้จะถูกทำซ้ำจนครบจำนวนครั้งของการแลกเปลี่ยนตัวแปร และในที่สุดแผนภาพตัดสินใจที่วิภาคที่เล็กที่สุดในระหว่างการพัฒนาจะถูกเลือกเป็นคำตอบ [10]

$$p = e^{-\Delta E / T} \quad (1)$$

โดย

ΔE คือ ขนาดของแผนภาพตัดสินใจที่วิภาคที่เปลี่ยนไป

T คือ ค่าคงที่

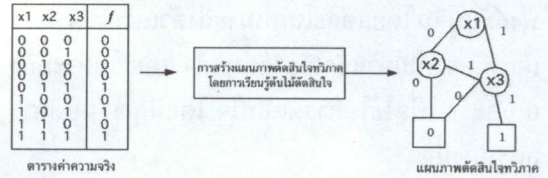
(3) ขั้นตอนวิธี SIFTING เป็นวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดที่เหมาะสมสำหรับตัวแปรหนึ่งของแผนภาพตัดสินใจที่วิภาคที่มีตัวแปรทั้งหมด n ตัว โดยการเลื่อนตำแหน่งของตัวแปรนั้นไปยัง n ตำแหน่งที่เป็นไปได้ แล้วสร้างแผนภาพตัดสินใจที่วิภาคที่เล็กที่สุดภายใน n นั้น กระบวนการนี้จะถูกทำซ้ำจนกระทั่งไม่สามารถหาแผนภาพตัดสินใจที่วิภาคที่เล็กกว่าได้ [11] ดังรูปแสดงการหาค่าเหมาะที่สุดของตัวแปร x_4

$x_1, x_2, x_3, x_4, x_1, x_2, x_3$	เริ่มต้นเลื่อนขึ้น
$x_1, x_2, x_3, x_4, x_1, x_2, x_3$	สลัที่ (α, x_1)
$x_1, x_2, x_3, x_4, x_1, x_2, x_3$	สลัที่ (α, x_1)
$x_1, x_2, x_3, x_4, x_1, x_2, x_3$	สลัที่ (α, x_1)
$x_1, x_2, x_3, x_4, x_1, x_2, x_3$	เริ่มต้นเลื่อนลง
$x_1, x_2, x_3, x_4, x_1, x_2, x_3$	สลัที่ (α, x_1)
$x_1, x_2, x_3, x_4, x_1, x_2, x_3$	สลัที่ (α, x_1)
$x_1, x_2, x_3, x_4, x_1, x_2, x_3$	สลัที่ (α, x_1)

5. การเรียนรู้ต้นไม้ตัดสินใจ

การเรียนรู้ต้นไม้ตัดสินใจ (Decision Tree Learning : DTL) เป็นวิธีการเรียนรู้จากตัวอย่างที่อาศัยการจำแนกประเภท (classification) จากตัวอย่างที่เรียกว่าข้อมูลสอน (training data) และสร้างเป็นต้นไม้ตัดสินใจ (decision tree) แต่ในการประยุกต์ใช้

การเรียนรู้ต้นไม้ตัดสินใจในการสร้างแผนภาพตัดสินใจที่วิภาคข้อมูลสอนจะได้จากตารางความจริงดังรูปที่ 2



รูปที่ 2 การสร้างแผนภาพตัดสินใจที่วิภาคด้วยการเรียนรู้ต้นไม้ตัดสินใจ

การสร้างแผนภาพตัดสินใจที่วิภาคโดยการเรียนรู้ต้นไม้ตัดสินใจ

การประยุกต์ใช้การเรียนรู้ต้นไม้ตัดสินใจในการสร้างแผนภาพตัดสินใจที่วิภาค [20] มีสิ่งที่จะต้องพิจารณาคือ ในกรณีที่แยกตัวอย่างออกเป็นกลุ่มย่อย แล้วมีกลุ่มย่อยมากกว่าหนึ่งกลุ่มที่เหมือนกัน ซึ่งในกรณีนี้แผนภาพตัดสินใจที่วิภาค จะแสดงเพียงกลุ่มเดียวเท่านั้น ในขณะที่ต้นไม้ตัดสินใจจะแสดงทั้งสองกลุ่ม ดังนั้นเมื่อคำนวณค่าความสามารถในการแยกตัวอย่างจะพิจารณาเพียงกลุ่มย่อยเดียวเท่านั้นและเรียกค่าที่คำนวณนี้ว่า Modified_Gain ดังแสดงในสมการที่ 2

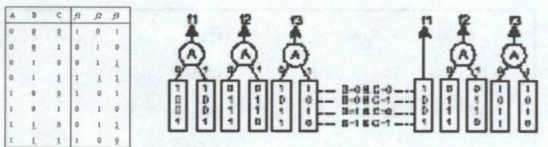
$$\text{Modified_Gain} = \sum_b \left[\left(\frac{n_b}{n} \right) \times \left(\sum_c -\frac{n_{bc}}{n_b} \log_2 \frac{n_{bc}}{n_b} \right) \right] \quad (2)$$

โดย n_b เป็นจำนวนตัวอย่างในกิ่ง b

n_1 เป็นจำนวนตัวอย่างทั้งหมด

n_{bc} เป็นจำนวนตัวอย่างของกลุ่ม c ในกิ่ง b

แต่ละขั้นตอน ตัวแปรทุกตัวจะถูกทดลองและตัวแปรที่ให้ค่า Modified Gain น้อยที่สุดจะถูกเลือกเป็นโนดในการสร้างแผนภาพตัดสินใจที่วิภาค กระบวนการนี้จะทำไปจนกระทั่งตัวอย่างในแต่ละกลุ่มย่อยเป็นคลาสเดียวกันทั้งหมด

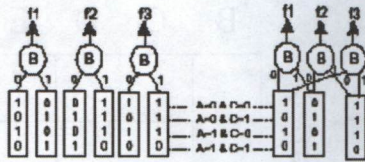


$$\text{Modify_Gain}(A) = \left[3 \times \frac{1}{24} \times \left(-\frac{2}{4} \log_2 \frac{2}{4} - \frac{2}{4} \log_2 \frac{2}{4} \right) \right] + \left[2 \times \frac{1}{24} \times \left(-\frac{1}{4} \log_2 \frac{1}{4} - \frac{3}{4} \log_2 \frac{3}{4} \right) \right] = 0.7705$$

Modify_Gain=0.7705 และจำนวนโนด = 2

(1) แบ่งตัวอย่างด้วย A

A	B	C	f1	f2	f3
0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	1	1
0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	1	0
1	1	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0

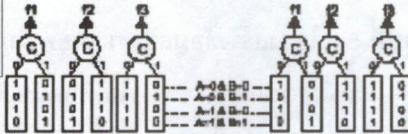


$$\text{Modify_Gain}(B) = [2 \times \frac{1}{24} \times (-\frac{1}{4} \log_2 \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \log_2 \frac{1}{4})] + [1 \times \frac{1}{24} \times (-\frac{1}{4} \log_2 \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \log_2 \frac{1}{4})] - 0.4686$$

Modify_Gain=0.4686 และจำนวนโนด = 3

(2) แบ่งตัวอย่างด้วย B

A	B	C	f1	f2	f3
0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	1	1
0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	1	0
1	1	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0



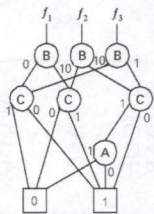
$$\text{Modify_Gain}(C) = [2 \times \frac{1}{24} \times (-\frac{1}{4} \log_2 \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \log_2 \frac{1}{4})] + [1 \times \frac{1}{24} \times (-\frac{1}{4} \log_2 \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \log_2 \frac{1}{4})] - 0.6038$$

Modify_Gain=0.6038 และจำนวนโนด = 3

(3) แบ่งตัวอย่างด้วย C

รูปที่ 3 การเลือกโนดแรกของแผนภาพตัดสินใจทวิภาค โดยการใช การเรียนรู้ต้นไม้ตัดสินใจ

รูปที่ 3 แสดงตัวอย่างการประยุกต์ใช้การเรียนรู้ต้นไม้ตัดสินใจในการเลือกโนดแรกของแผนภาพตัดสินใจทวิภาค โดยการทดลองสร้างต้นไม้ตัดสินใจและคำนวณค่า Modified_Gain สำหรับแต่ละตัวแปร เช่น กรณีที่ทดลองใช้ตัวแปร A พบว่า ฟังก์ชัน f1 แยกข้อมูลเป็นกลุ่มย่อยที่เหมือนกัน แต่ฟังก์ชัน f2 และ f3 แยกข้อมูลที่เป็นกลุ่มย่อยที่ไม่เหมือนกัน ดังนั้น Modified_Gain = [2 * (1/24 * (-1/4 log2 1/4 * -1/4 log2 1/4))] + [1 * (1/24 * (-1/4 log2 1/4 * -1/4 log2 1/4))] - 0.7708 หลังจากทดลองกับทุก ๆ ตัวแปรแล้ว ตัวแปร B ก็ถูกเลือกเป็นตัวแปรลำดับแรกของ แผนภาพตัดสินใจทวิภาคด้วยค่า Modified_Gain ที่น้อยที่สุด และทำเช่นนี้ต่อไปเพื่อหาตัวแปรลำดับที่ 2 และ 3 ของแผนภาพตัดสินใจทวิภาค ซึ่งจะได้เป็น C และ A ตามลำดับ โดยแผนภาพตัดสินใจทวิภาค ที่สมบูรณ์แสดงในรูปที่ 4



รูปที่ 4 แผนภาพตัดสินใจทวิภาคที่สมบูรณ์ของฟังก์ชันในรูปที่ 3

6. การค้นหาต้องห้ามสำหรับปรับลำดับตัวแปร

6.1 การค้นหาต้องห้าม

ในกระบวนการค้นหาต้องห้ามนั้น จะทำเครื่องหมายบนเส้นทางบางเส้นทางที่ไม่สนใจจะค้นหา การทำเครื่องหมายนี้อาจทำในระดับของตัวกระทำการ หรือหน่วยย่อยของตัวกระทำการก็ได้ หน่วยย่อยใดที่ถูกทำเครื่องหมายไว้จะเปลี่ยนสถานะภาพต้องห้าม (tabu status) ให้อยู่ในภาวะต้องห้าม (tabu active) กล่าวคือหน่วยย่อยนี้จะไม่ถูกนำมาใช้เพื่อสร้างเส้นทางในการค้นหา อาจเป็นเพราะเส้นทางนี้คงไม่นำไปสู่คำตอบหรืออาจเป็นเส้นทางที่เคยค้นหามาแล้ว เป็นต้น การค้นหาต้องห้ามใช้หน่วยความจำ 2 ชนิดเพื่อปรับสถานะภาพของตัวกระทำการ คือ

- (1) หน่วยความจำระยะสั้น (short term memory)
- (2) หน่วยความจำระยะยาว (long term memory)

หน่วยความจำระยะสั้นใช้เพื่อเน้นความละเอียดในการค้นหา หมายถึงว่าเมื่อเราพบว่าผลเฉลย (solution) อยู่บริเวณใดบริเวณหนึ่ง เราจะพยายามค้นบริเวณใกล้เคียงให้มากขึ้นเพื่อหาผลเฉลยที่ดีกว่า ส่วนหน่วยความจำระยะยาวใช้เพื่อเพิ่มความหลากหลายหมายถึงเมื่อเราค้นพบผลเฉลยแล้วว่าอยู่ในบริเวณใดบริเวณหนึ่ง ให้เลือกเส้นทางที่แตกต่างจากเดิมบ้าง เพื่อที่เราอาจจะได้ผลเฉลยที่ดีขึ้น แม้ว่าเส้นทางนั้นจะเป็นเส้นทางที่เลวได้ แผนภาพตัดสินใจทวิภาค ที่มีขนาดใหญ่กว่าเดิม)

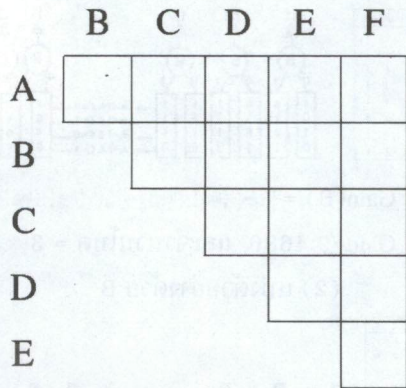
หน่วยความจำระยะสั้น เป็นหน่วยความจำตามเวลาเพื่อเก็บผลเฉลยหรือคุณสมบัติของผลเฉลย (solution attribute) ในการค้นหาที่เพิ่งจะผ่านมาและคุณสมบัติที่ปรากฏในผลเฉลยที่เพิ่งจะค้นหาไปจะถูกกำหนดให้มีสถานะภาพเป็น “ภาวะต้องห้าม” ซึ่งภาวะต้องห้ามก็คือการทำเครื่องหมายไว้ว่าเราไม่ต้องค้นหาเส้นทางหรือผลเฉลยอื่น ๆ ถ้าเส้นทางหรือผลเฉลยนั้นมีคุณสมบัติเหมือนกับผลเฉลยที่มีเพิ่งค้นหาไปเมื่อเร็ว ๆ นี้ เพราะจะได้ผลเฉลยที่ใกล้เคียงกันนั่นเอง และผลเฉลยอื่น ๆ ที่จะพบในอนาคตที่มีคุณสมบัติเป็นภาวะต้องห้าม ก็จะมีสถานะภาพเป็นภาวะต้องห้ามด้วย หน่วยความจำ

ระยะสั้นใช้ในการเก็บระยะเวลาต้องห้ามของแต่ละคู่ตัวแปรที่ทำการแลกเปลี่ยนลำดับ ตัวอย่างเช่น เมื่อมีการปรับแลกเปลี่ยนลำดับระหว่างคู่ตัวแปร (A,B) รายการต้องห้ามจะกำหนดระยะเวลาต้องห้าม (tabu active tenure) ให้เป็น 2 สำหรับคู่ตัวแปรที่แลกเปลี่ยนลำดับกันในรอบปัจจุบัน และปรับปรุงรายการต้องห้ามให้กับคู่ตัวแปรที่แลกเปลี่ยนลำดับที่แลกเปลี่ยนลำดับกันไปในรอบก่อนหน้า ดังตัวอย่างที่แสดงในตารางที่ 1

ตารางที่ 1 แสดงขั้นตอนการปรับลำดับแผนภาพตัดสินใจทวิภาค

รอบที่ (Iteration)	ลำดับ	tabu active net tenure=2		คู่ตัวแปร	ขนาด	หมายเหตุ
		2	1			
0	BCA	-	-	-	7	local optimal
1	BAC	(A,C)	-	(A,C)	6	Global Optimal
2	ABC	(A,B)	(A,C)	(A,B)	8	
3	ACB	(B,C)	(A,B)	(B,C)	9	
4	CAB	(A,C)	(B,C)	(A,C)	7	
5	CBA	(A,B)	(A,C)	(A,B)	8	

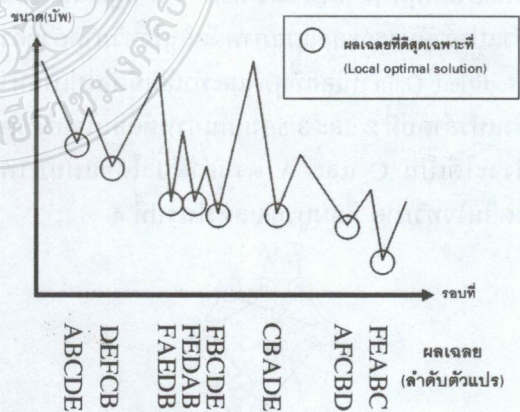
รอบที่ 0 ลำดับเริ่มต้นของแผนภาพตัดสินใจทวิภาค ซึ่งได้จากการสร้างด้วย การเรียนรู้ต้นไม้ตัดสินใจ คือ BCA ในรอบที่ 1 คู่ตัวแปรที่แลกเปลี่ยนลำดับคือ (A,C) ดังนั้นคู่ตัวแปร (A,C) จะถูกต้องห้ามอีก 2 รอบถัดไป ส่วนคู่ตัวแปรตัวอื่น ยังไม่มีการปรับปรุงเนื่องจากเป็นรอบแรกจึงไม่มีคู่ตัวแปรใดถูกต้องห้ามอยู่ ในรอบที่ 2 คู่ตัวแปรที่แลกเปลี่ยนลำดับคือ (A,B) ดังนั้นระยะเวลาต้องห้ามของคู่ตัวแปร (A,B) จะถูกกำหนดให้เป็น 2 ส่วนคู่ตัวแปร (A,C) จะถูกปรับลดระยะเวลาต้องห้ามให้เหลือเพียง 1 รอบถัดไป และในรอบต่อไปจะหน่วยความจำระยะสั้นจะถูกปรับปรุงไปจนกว่าจะจบการทำงาน หรือเกิดการเริ่มต้นกระบวนการค้นหาใหม่ (restart) ซึ่งหากเกิดการเริ่มต้นใหม่แล้วทุกคู่ตัวแปรจะถูกล้างค่าให้มีระยะเวลาต้องห้ามเป็น 0 ทุกคู่ตัวแปรแล้วเริ่มต้นการค้นหาใหม่ โดยโครงสร้างข้อมูลที่ใช้เป็นหน่วยความจำระยะสั้นคือเมตริกซ์สามเหลี่ยมขนาด $\frac{n^2-n}{2}$ (n คือ จำนวนตัวแปร) ดังรูปที่ 5



รูปที่ 5 โครงสร้างข้อมูลของหน่วยความจำระยะสั้น

หน่วยความจำระยะยาวใช้เพื่อค้นหาคำตอบใหม่ที่แตกต่างจากเดิมซึ่งจะหยุดกระบวนการค้นหาของหน่วยความจำระยะสั้นแล้วเริ่มต้นกระบวนการค้นหาที่จุดใหม่ รูปแบบที่นิยมใช้ของหน่วยความจำระยะยาวคือ หน่วยความจำเหตุการณ์วิกฤต (critical event memory) เพื่อจดจำเหตุการณ์สำคัญที่ผ่านมาแล้วนำมาใช้เป็นข้อมูลสำหรับการสร้างสถานภาพต้องห้ามสำหรับจุดใหม่ที่จะใช้เป็นจุดเริ่มต้นของการค้นหาครั้งใหม่ และนอกจากนั้นหน่วยความจำเหตุการณ์วิกฤตนี้จะใช้กำหนดความหลากหลายอีกด้วย

หน่วยความจำระยะยาวเก็บสถิติการปรากฏตัวแปร ณ ระดับ (level) ต่างของทุกๆ ตัวแปร โดยการเก็บลำดับของแผนภาพตัดสินใจทวิภาคจะเก็บเมื่อพบผลเฉลยที่เป็นค่าที่ดีที่สุดเฉพาะที่ (local optimal) ดังแสดงตัวอย่างในรูปที่ 6



รูปที่ 6 ตำแหน่งการเก็บผลเฉลยที่ดีที่สุดเฉพาะที่โดยเมื่อเกิดผลเฉลยที่เป็นค่าที่ดีที่สุดเฉพาะที่

หน่วยความจำระยะยาวจะเก็บลำดับของแผนภาพตัดสินใจทวิภาคไว้ และบันทึกสถิติการปรากฏตัวแปรในระดับต่าง ๆ ดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 สถิติผลเฉลยที่ดีที่สุดเฉพาะที่จำนวน 8 ครั้ง

เคยปรากฏตัวแปร ในระดับที่ (level)	A	B	C	D	E	F
1	2	0	1	1	0	4
2	1	3	0	0	3	1
3	1	0	3	1	1	1
4	1	2	1	4	0	0
5	0	3	1	1	3	0
6	2	0	1	1	1	2

โดยเกณฑ์การเลือกตัวแปรในระดับใด ๆ คือเลือกตัวแปรที่เคยปรากฏน้อยที่สุดในระดับนั้น ๆ ก่อน หากเคยปรากฏเท่า ๆ กันให้สุ่มเลือกตัวใดตัวหนึ่ง แต่หากถึงแม้จะเคยปรากฏน้อยที่สุดแต่ถูกกำหนดให้อยู่ในระดับอื่น ๆ แล้วก็จะไม่เลือก

ระดับที่ 1 ตัวแปรที่เคยปรากฏน้อยที่สุดมี 2 ตัวแปร คือ B และ E (0 ครั้ง) ทำการสุ่มเลือกตัวแปร B

ระดับที่ 2 ตัวแปรที่เคยปรากฏน้อยที่สุดมี 2 ตัวแปร คือ C และ D (0 ครั้ง) ทำการสุ่มเลือกตัวแปร D

ระดับที่ 3 ตัวแปรที่เคยปรากฏน้อยที่สุดคือ ตัวแปร B (0 ครั้ง) แต่ถูกเลือกให้อยู่ในระดับที่ 1 แล้ว ตัวแปรที่เคยปรากฏในระดับที่ 3 น้อยเป็นอันดับรองลงมา คือ ตัวแปร A, E และ F (1 ครั้ง) (ตัวแปร D ถูกเลือกให้อยู่ในระดับที่ 2 แล้ว) ทำการสุ่มเลือกตัวแปร E

ระดับที่ 4 ตัวแปรที่เคยปรากฏน้อยที่สุดคือตัวแปร F (ตัวแปร E ถูกเลือกให้อยู่ในระดับที่ 3 แล้ว) จึงเลือกตัวแปร F

ระดับที่ 5 ตัวแปรที่เคยปรากฏน้อยที่สุดคือตัวแปร A (ตัวแปร F ถูกเลือกให้อยู่ในระดับที่ 4 แล้ว)

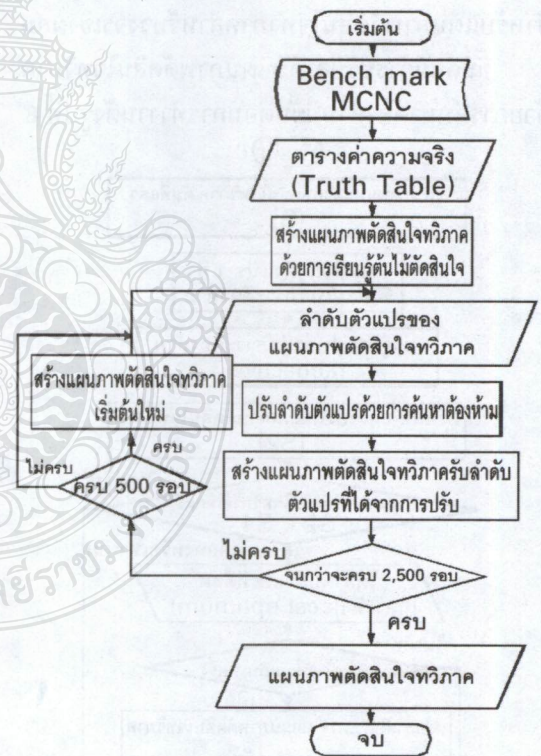
ระดับที่ 6 ตัวแปรที่เคยปรากฏน้อยที่สุดคือตัวแปร B 0 ครั้ง แต่ตัวแปร B ถูกเลือกให้อยู่ในระดับที่ 1 แล้ว ตัวแปรที่เคยปรากฏในระดับที่ 3 น้อยเป็นอันดับรอง

ลงมาคือตัวแปร C (1 ครั้ง) (ตัวแปร D และ E ถูกเลือกให้อยู่ในระดับ 2 และ 3 ตามลำดับแล้ว) จึงเลือกตัวแปร C เพราะฉะนั้นลำดับที่ใช้ในการเริ่มต้นค้นหาใหม่คือ

B D E F A C

6.2 ขั้นตอนวิธีการปรับลำดับแผนภาพตัดสินใจทวิภาคด้วยการเรียนรู้ต้นไม้ตัดสินใจและการค้นหาต้องห้าม

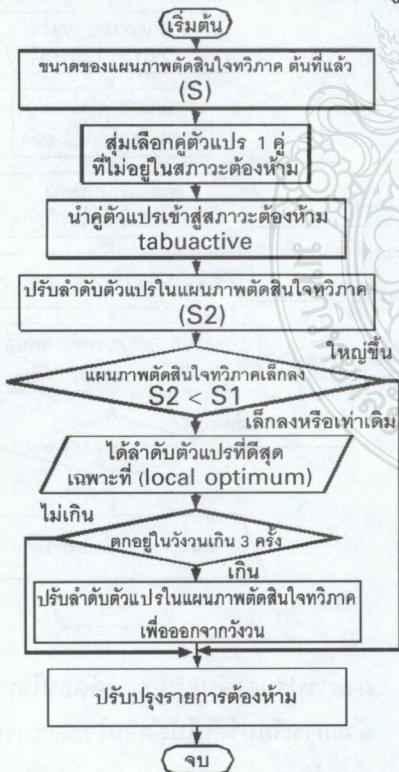
งานวิจัยนี้นำเสนอวิธีการสร้างแผนภาพตัดสินใจทวิภาคขนาดเล็ก โดยการหาลำดับตัวแปรเริ่มต้นของแผนภาพตัดสินใจทวิภาค ด้วยการเรียนรู้ต้นไม้ตัดสินใจ จากนั้นจึงใช้การปรับลำดับตัวแปรด้วยการค้นหาต้องห้ามเพื่อลดขนาดของแผนภาพตัดสินใจทวิภาค ดังแสดงขั้นตอนวิธีในรูปที่ 7



รูปที่ 7 ผังการปรับลำดับแผนภาพตัดสินใจทวิภาคด้วยการเรียนรู้ต้นไม้ตัดสินใจและการค้นหาต้องห้าม

ขั้นตอนวิธีการปรับลำดับแผนภาพตัดสินใจ
 ทวิภาคเริ่มจากนำฟังก์ชันบูลีนของวงจรเชิงผสมในรูป
 ของตารางค่าความจริง (วงจรที่ใช้คือวงจรเปรียบเทียบ
 สมรรถนะของ MCNC) มาสร้างแผนภาพตัดสินใจ
 ทวิภาคโดยการเรียนรู้ต้นไม้ตัดสินใจ เพื่อหาลำดับ
 ตัวแปรที่ดีที่สุดเบื้องต้น จากนั้นเริ่มต้นวงจรการปรับ
 ลำดับตัวแปรในแผนภาพตัดสินใจทวิภาคด้วยการค้นหา
 ต้องห้าม โดยการปรับจะต้องสร้างแผนภาพตัดสินใจ
 ทวิภาค เพื่อหาขนาดของแผนภาพตัดสินใจทวิภาคที่
 ถูกปรับลำดับแล้ว โดยจะทำ 2,500 รอบ (iteration)
 ตามที่กำหนดไว้ ซึ่งทุกๆ 500 รอบจะทำการเริ่มต้น
 ค้นหาใหม่ด้วยการปรับลำดับตัวแปรในแผนภาพ
 ตัดสินใจทวิภาคโดยใช้หน่วยความจำระยะยาว และล้าง
 ข้อมูลในหน่วยความจำระยะสั้นทั้งหมด แล้วเริ่มต้น
 การค้นหาผลเฉลยใหม่ สุดท้ายจึงได้ลำดับที่เหมาะสม
 สำหรับแผนภาพตัดสินใจทวิภาคสำหรับวงจรเชิงผสม

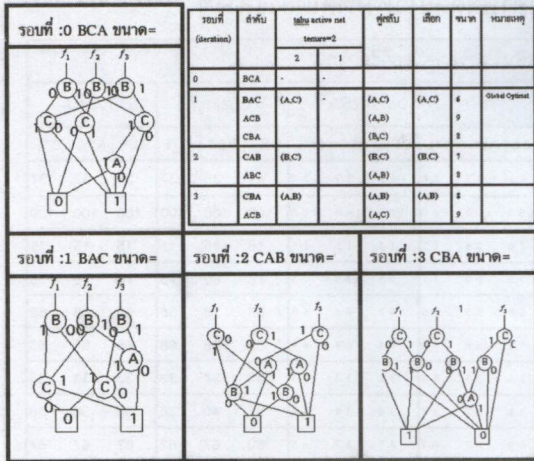
ขั้นตอนการปรับลำดับแผนภาพตัดสินใจทวิภาค
 ด้วยการค้นหาต้องห้ามมีขั้นตอนการทำงานดังรูปที่ 8



รูปที่ 8 ผังการปรับลำดับแผนภาพตัดสินใจทวิภาค ด้วยการค้นหาต้องห้าม

ขั้นตอนการเลือกแผนภาพตัดสินใจทวิภาคที่ได้
 รับการปรับปรุงการเลือกโดยใช้การศึกษาสำนึกช่วย
 เริ่มจากเมื่อได้แผนภาพตัดสินใจทวิภาคเริ่มต้นขนาด
 S1 จากนั้นเลือกคู่ตัวแปรจำนวน N คู่ (ในการทดลอง
 นี้ใช้ค่า N=8) เพื่อแลกเปลี่ยนลำดับตัวแปรในแผนภาพ
 ตัดสินใจทวิภาค ได้แผนภาพที่มีลำดับแตกต่างกัน N
 รูปแบบ เลือกเพียง 1 รูปแบบ ที่ให้แผนภาพตัดสินใจ
 ทวิภาคขนาดเล็กที่สุดจากทั้งหมด N รูปแบบ เพื่อนำ
 ไปเปรียบเทียบกับแผนภาพตัดสินใจทวิภาคที่ดีที่สุด
 เท่าที่เคยสร้างมา พร้อมกันนี้นำตัวแปรคู่แลกเปลี่ยน
 นั้นเข้าสู่สถานะต้องห้าม เพื่อป้องกันการแลกเปลี่ยน
 ตัวแปรทั้งสองกลับสู่ตำแหน่งเดิมซ้ำอีก (อันจะนำไป
 สู่อการได้แผนภาพตัดสินใจทวิภาคซ้ำกับผลเฉลยเดิมที่
 เคยค้นหามาแล้วอีก) ซึ่งหากตัวแปรคู่นั้นมีตัวใดตัวหนึ่ง
 ถูกต้องห้ามอยู่กับตัวแปรตัวอื่นให้ล้างค่าระยะเวลา
 ต้องห้ามตัวแปรตัวนั้นก่อน เช่นก่อนหน้านี้มีคู่ตัวแปร
 (A,C) ถูกต้องห้ามอยู่แต่รอบนี้คู่ตัวแปรที่ถูกเลือกคือ
 (A,B) ให้ล้างระยะเวลาต้องห้ามคู่ตัวแปร (A,C) ให้
 เป็นสถานะไม่ต้องห้าม หากได้ลำดับตัวแปรที่ทำให้
 แผนภาพตัดสินใจทวิภาคมีขนาดเล็กกว่าหรือเท่ากับ
 แผนภาพตัดสินใจทวิภาคที่เคยสร้างมาแล้วให้ถือว่า
 ผลเฉลยนั้นเป็นผลเฉลยที่ดีที่สุดเฉพาะที่อีกผลเฉลยหนึ่ง
 ให้ตรวจสอบว่าเป็นการตกอยู่ในวงวนของผลเฉลยที่
 ดีที่สุดเฉพาะที่หรือไม่ หากตกอยู่ในวงวนเกิน 3 ครั้งแล้ว
 ให้ออกจากวงวนนั้นด้วยการปรับลำดับตัวแปรเริ่ม
 ต้นใหม่ ด้วยการย้อนกลับลำดับตัวแปรทั้งหมดจาก
 ผลเฉลยปัจจุบัน เพื่อให้เกิดความหลากหลายในการ
 ค้นหาผลเฉลยในพื้นที่ต่างๆ ของปริภูมิปัญหา

ขั้นตอนสุดท้ายทำการปรับปรุงรายการต้องห้าม
 เพื่อเปิดโอกาสให้คู่ตัวแปรที่อยู่ในสถานะต้องห้ามได้มี
 โอกาสอยู่ในสถานะไม่ต้องห้ามได้ด้วยการลดระยะเวลา
 ต้องห้ามลง 1 ระดับ ดังแสดงตัวอย่างการปรับลำดับ
 ตัวแปรในแผนภาพตัดสินใจทวิภาคด้วยการค้นหา
 ต้องห้ามในรูปที่ 9



รูปที่ 9 ตัวอย่างการปรับลำดับแผนภาพตัดสินใจ วิกฤตด้วยการค้นหาต้องห้าม

จากตัวอย่างการปรับลำดับตัวแปรในแผนภาพตัดสินใจวิกฤต ขนาด 3 ตัวแปร เมื่อผ่านขั้นตอนการสร้างแผนภาพตัดสินใจวิกฤตด้วยการเรียนรู้ต้นไม้ตัดสินใจได้แผนภาพตัดสินใจวิกฤตที่มีลำดับตัวแปร BCA จากนั้นเริ่มขั้นตอนการปรับลำดับตัวแปรในแผนภาพตัดสินใจวิกฤตด้วยการค้นหาต้องห้าม

รอบที่ 1 สุ่มเลือกตัวแปร N คู่ คือ คู่ตัวแปร (A,B) (A,C) (B,C) ทดลองสลับคู่ตัวแปร (A,B)(A,C) (B,C) ได้แผนภาพตัดสินใจวิกฤตลำดับ ACB BAC CBA มีขนาด 9 6 และ 8 บัพ ตามลำดับ เลือกสลับคู่ตัวแปร (A,C) ได้แผนภาพตัดสินใจวิกฤตลำดับ BAC เพราะให้ขนาดแผนภาพตัดสินใจวิกฤตเล็กกว่าการสลับตัวแปรคู่อื่นๆ เมื่อเลือกปรับคู่ตัวแปร (A,C) ดังนั้นคู่ตัวแปร (A,C) จะถูกนำเข้าสู่สถานะต้องห้าม ซึ่งหมายความว่า จะไม่มีการสลับคู่ตัวแปร (A,C) อีก 2 ครั้งถัดไปอย่างแน่นอน

รอบที่ 2 คู่ตัวแปรที่มีโอกาสถูกเลือกคือ คู่ตัวแปร (A,B) และ (B,C) เนื่องจาก คู่ตัวแปร (A,C) ถูกต้องห้าม ทดลองสลับคู่ตัวแปร (A,B) และ (B,C) ได้

แผนภาพตัดสินใจวิกฤตลำดับ ABC CAB มีขนาด 8 และ 7 บัพตามลำดับ เลือกสลับคู่ตัวแปร (B,C) ได้แผนภาพตัดสินใจวิกฤตลำดับ CAB เนื่องจากให้ขนาดเล็กกว่าการสลับของตัวแปรคู่อื่นๆ เมื่อเลือกปรับคู่ตัวแปร (B,C) ดังนั้นคู่ตัวแปร (B,C) จะถูกนำเข้าสู่สถานะต้องห้าม ซึ่งหมายความว่า จะไม่มีการแลกเปลี่ยนคู่ตัวแปร (B,C) อีก 2 ครั้งถัดไปอย่างแน่นอน และพร้อมกันนั้นทำการปรับปรุงรายการต้องห้ามให้คู่ตัวแปรด้วยการลดระยะเวลาต้องห้ามลง 1 (แต่ในตัวอย่างนี้ คู่ตัวแปร (B,C) ถูกเลือก ดังนั้นจึงต้องล้างค่าระยะเวลาต้องห้ามแก่คู่ตัวแปร (A,C) ให้มีค่า 0)

รอบที่ 3 คู่ตัวแปรที่มีโอกาสถูกเลือกคือ (A,B) และ (A,C) เนื่องจาก คู่ตัวแปร (B,C) ถูกต้องห้ามอีก 2 ครั้งถัดไป ทดลองสลับคู่ตัวแปร (A,B) และ (A,C) ได้ แผนภาพตัดสินใจวิกฤตลำดับ CBA ACB มีขนาด 8 และ 9 บัพตามลำดับ เลือกสลับคู่ตัวแปร (A,B) ได้ แผนภาพตัดสินใจวิกฤตลำดับ CBA ดังนั้นคู่ตัวแปร (A,B) จะถูกนำเข้าสู่สถานะต้องห้าม ซึ่งหมายความว่า จะไม่มีการแลกเปลี่ยนคู่ตัวแปร (A,B) อีก 2 ครั้งถัดไปอย่างแน่นอน และพร้อมกันนั้นทำการปรับปรุงรายการต้องห้ามให้คู่ตัวแปร ด้วยการลดระยะเวลาต้องห้ามลง 1 (แต่ในตัวอย่างนี้คู่ตัวแปร (A,B) ถูกเลือก ดังนั้นจึงต้องล้างค่าระยะเวลาต้องห้ามแก่คู่ตัวแปร (B,C) ให้มีค่า 0)

จะเห็นได้ว่าเมื่อกระทำตามขั้นตอนจนครบ 3 รอบแล้วจะครอบคลุมผลเฉลยทั้งหมด 6 ผลเฉลยซึ่งครอบคลุมปริภูมิปัญหา ของการปรับลำดับแผนภาพตัดสินใจวิกฤตขนาด 3 ตัวแปร ($3!=6$) ทั้งหมดแล้ว

ตารางที่ 3 ผลการทดลองการปรับลำดับแผนภาพตัดสินใจทวิภาคโดยวิธีต่าง ๆ

ผลการทดลองการปรับลำดับแผนภาพตัดสินใจทวิภาคโดยวิธีต่าง ๆ																								
วงจร	NONE			AD2			AD3			AD4			AR			ARSA			Sifting			TABU		
	DES	ASC	DTL	DES	ASC	DTL	DES	ASC	DTL	DES	ASC	DTL	DES	ASC	DTL	DES	ASC	DTL	DES	ASC	DTL	DES	ASC	DTL
suar5	41	38	38	41	38	38	41	37	37	37	37	37	41	37	38	37	37	37	41	38	37	37	37	37
bw	117	114	115	100	107	113	100	107	100	100	107	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
con1	23	18	19	22	16	16	16	16	15	16	15	15	16	16	17	15	15	15	16	15	15	15	15	15
inc	112	89	107	91	80	85	75	80	85	75	78	85	78	80	75	75	75	75	75	80	78	75	75	75
5xp1	83	88	68	77	85	68	68	85	68	68	82	68	68	85	68	68	68	68	68	78	68	68	68	68
Z5xp1	96	69	68	82	68	68	82	68	68	82	68	68	78	68	68	68	68	68	82	68	68	68	68	68
sq18	34	42	34	34	37	34	33	37	33	33	37	33	33	37	33	33	33	33	33	37	33	33	33	33
misex1	71	47	42	37	42	41	36	40	39	36	40	39	38	37	39	36	36	36	37	40	36	36	36	36
f51m	88	70	67	75	67	67	71	67	67	71	67	67	69	67	67	67	67	67	69	67	67	67	67	67
ex5p	386	311	280	363	279	280	337	280	280	337	278	278	337	278	278	279	279	278	337	279	278	278	278	278
clip	202	254	96	143	121	94	143	105	93	123	97	93	93	93	93	97	94	93	123	105	93	93	93	93
apex4	1117	1021	970	1074	1002	970	1051	976	970	1051	970	970	976	970	970	970	976	970	1051	970	970	970	970	970
sao2	148	154	99	95	90	96	88	85	88	88	85	88	85	91	88	89	90	90	85	85	85	85	85	85
alu2c	212	257	211	208	244	208	207	217	208	201	217	190	190	203	190	185	189	186	190	190	194	183	183	183
alu4	1282	1352	736	1110	1352	736	763	1240	725	731	784	703	785	724	703	764	775	736	763	692	703	690	687	686
misex3	750	1301	855	750	1148	784	697	1126	585	697	647	585	333	588	588	613	609	605	533	647	585	537	538	533
misex3c	567	847	508	545	739	486	516	737	457	516	431	457	462	440	455	462	477	491	460	431	455	432	431	434
table3	1337	941	812	1253	892	801	1253	751	789	1253	751	789	1253	758	793	787	769	785	1251	751	754	752	752	751
b12	101	91	73	66	72	66	62	69	66	60	58	65	67	59	60	62	66	64	60	56	60	56	57	56
pcd	918	705	687	886	685	674	876	659	655	875	659	625	893	659	625	747	705	687	774	603	606	612	611	611
spla	879	681	687	872	650	650	859	650	650	854	650	650	881	650	650	667	681	687	679	592	592	602	592	594
table5	1795	873	756	1381	738	741	1300	722	741	1299	722	668	710	712	727	819	813	739	869	712	669	673	668	671
รวม	10359	9363	7328	9305	8552	7116	8674	8154	6819	8603	6880	6673	7588	6752	6725	7040	7022	6910	7496	6636	6546	6462	6444	6444

7. การทดลอง

(1) ทำการทดลองสร้างแผนภาพตัดสินใจทวิภาคโดยใช้วงจรวัดเปรียบเทียบสมรรถนะของ MCNC เป็นจำนวน 22 วงจร

(2) ทำการทดลองสร้างแผนภาพตัดสินใจทวิภาคเริ่มต้นด้วยวิธีการลำดับตัวแปรจากมากไปน้อย การลำดับตัวแปรจากน้อยไปมาก และการเรียนรู้ต้นไม้ตัดสินใจ จากนั้นก็จะลดขนาดแผนภาพตัดสินใจทวิภาคด้วยขั้นตอนวิธีการปรับปรุงแบบก้าวหน้า คือ AD2 AD3 AD4 AR ARSA SIFTING และ TABU (กำหนดจำนวนครั้งของการแลกเปลี่ยนตัวแปรสำหรับขั้นตอน AR ARSA มีค่าเท่ากับ 20,000 รอบ และ TABU มีค่าเท่ากับ 2,500 รอบ)

จากการทดลองปรับลำดับตัวแปรในแผนภาพตัดสินใจทวิภาคด้วยวิธีการต่างๆ แล้วได้ผลดังตารางที่ 3

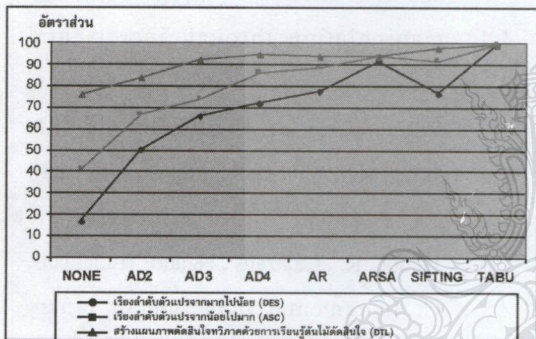
8. วิจัยารณ์ผลการทดลอง

จากผลการทดลองพบว่าอัตราส่วนของค่าเฉลี่ยการลดขนาดสำหรับแต่ละวิธีการปรับลำดับแผนภาพตัดสินใจทวิภาคมีแนวโน้มไปในทิศทางเดียวกัน โดยสามารถสรุปความสามารถของการลดขนาดแผนภาพตัดสินใจทวิภาค สำหรับแต่ละวิธีการปรับลำดับได้ดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 สรุปลำดับของค่าเฉลี่ยการลดขนาด

ขั้นตอนวิธี การปรับลำดับ	อัตราส่วนของค่าเฉลี่ยการลดขนาด		
	DES	ASC	DTL
NONE	16.60	41.41	76.20
AD2	50.71	66.60	84.00
AD3	66.03	73.95	92.44
AD4	72.03	86.35	94.61
AR	77.88	88.30	93.80
ARSA	91.93	93.58	93.95
SIFTING	76.81	91.73	97.80
TABU	99.63	99.62	99.58

และสรุปความสามารถของการลดขนาด ด้วยแต่ละวิธีการปรับลำดับแผนภาพตัดลื่นใจทวิภาคได้ตั้งรูปที่10



รูปที่ 10 กราฟสรุปความสามารถของการลดขนาดของแผนภาพตัดลื่นใจทวิภาคด้วยวิธีการต่างๆ

โดยเมื่อนำแผนภาพตัดลื่นใจทวิภาคที่ได้จากการเรียนรู้ต้นไม้ตัดสินใจมาผ่านขั้นตอนวิธีการปรับลำดับแผนภาพด้วยการค้นหาต้องห้ามแล้วพบว่า ให้ผลในการค้นหาแผนภาพที่มีขนาดเล็กได้ดีกว่าวิธีการ SIFTING ARSA AD4 AR AD3 และ AD2 ตามลำดับ โดยในวงจรที่พบแผนภาพตัดลื่นใจทวิภาคที่เล็กกว่าวิธีการปรับลำดับด้วยขั้นตอนวิธี SIFTING แสดงดังในตารางที่ 5

ตารางที่ 5 ขนาดของแผนภาพตัดลื่นใจทวิภาคที่ปรับลำดับตัวแปรด้วยวิธีการ TABU และ SIFTING

วงจร	TABU			SIFTING		
	DES	ASC	DTL	DES	ASC	DTL
alu2c	183	183	183	190	190	194
alu4	690	687	686	763	692	703
table5	673	668	671	669	712	669

และผลการทดลองเปรียบเทียบกับวิธีการปรับปรุงแบบก้าวหน้าอื่น ๆ ก็ให้ผลในการทำงานเดียวกัน โดยในทุก ๆ วิธีการสร้างแผนภาพตัดลื่นใจทวิภาค ทั้งเรียงลำดับตัวแปรจากมากไปน้อย(DES) จากน้อยไปมาก (ASC) และการสร้างแผนภาพด้วยการเรียนรู้ต้นไม้ตัดสินใจ (DTL) ก็ให้ผลออกมาทำงานเดียวกันคือ การปรับลำดับด้วยการค้นหาต้องห้ามให้อัตราการลดขนาดของแผนภาพตัดลื่นใจทวิภาคดีที่สุด ไม่ว่าลำดับเริ่มต้นของตัวแปรในแผนภาพตัดลื่นใจทวิภาคจะเป็นอย่างไรแต่จะให้ผลดีเมื่อใช้ลำดับตัวแปรเริ่มต้นที่ได้จากการสร้างด้วยการเรียนรู้ต้นไม้ตัดสินใจ

9. สรุป

กล่าวโดยสรุปได้ว่าขั้นตอนวิธีที่มีผลต่อการลดขนาดแผนภาพตัดลื่นใจทวิภาค สามารถเรียงลำดับจากสูงไปต่ำ ตามอัตราส่วนของค่าเฉลี่ยการลดขนาดของแผนภาพตัดลื่นใจทวิภาค ที่สร้างด้วยการเรียงลำดับตัวแปรจากมากไปน้อย (DES) คือ TABU ARSA AR SIFTING AD4 AD3 และ AD2 สามารถเรียงลำดับจากสูงไปต่ำ ตามอัตราส่วนของค่าเฉลี่ยการลดขนาดของแผนภาพตัดลื่นใจทวิภาค ที่สร้างด้วยการเรียงลำดับตัวแปรจากน้อยไปมาก (ASC) คือ TABU ARSA SIFTING AR AD4 AD3 และ AD2

สามารถเรียงลำดับจากสูงไปต่ำ ตามอัตราส่วนของค่าเฉลี่ยการลดขนาดของแผนภาพตัดลื่นใจทวิภาค ที่สร้างด้วยการเรียนรู้ต้นไม้ตัดสินใจ คือ TABU SIFTING AD4 ARSA AR AD3 และ AD2

วิธีการปรับลำดับแผนภาพตัดสินใจทวิภาคโดยใช้การค้นหาค่าต่ำสุดให้อัตราส่วนการลดขนาดได้ดีกว่าทุก ๆ วิธีการปรับลำดับแผนภาพตัดสินใจทวิภาคที่ทดลอง เมื่อพิจารณาวิธีการปรับลำดับแผนภาพตัดสินใจทวิภาคทั้งหมดที่นำมาทดลอง พบว่าการสร้างแผนภาพตัดสินใจทวิภาคด้วยวิธีการเรียนรู้ต้นไม้ตัดสินใจและการค้นหาค่าต่ำสุดจะสามารถนำไปสู่แผนภาพที่ตัดสินใจทวิภาคที่มีขนาดเล็กได้ผลดีที่สุด นอกจากนั้นแล้วยังพบอีกว่าการปรับลำดับด้วยการค้นหาค่าต่ำสุดได้รับอิทธิพลจากลำดับตัวแปรเริ่มต้นของแผนภาพตัดสินใจทวิภาคน้อยกว่าวิธีการอื่น ๆ

10. เอกสารอ้างอิง

- [1] Aker, S. B. Binary decision diagrams. **IEEE Transactions on Computer** Vol.C-27 No.6 (June 1978): 509-516.
- [2] Bryant, R. E. Graph-based algorithms for Boolean function manipulation. **IEEE Transactions on Computer** Vol.C-35 No.8 (August 1986): 677-691.
- [3] Bryant, R. E. Symbolic Boolean manipulation with ordered binary decision diagrams. **ACM Computing Surveys** Vol.24 No.3 (September 1992): 293-318.
- [4] Micheli, G.D. **Synthesis and optimization of digital circuits**. New York: McGraw-Hill, 1994.
- [5] Fujita, M.; Fujisawa, H. and Kawato, N. Evaluations and improvement of Boolean comparison method based on binary decision diagrams. **Proceedings of the IEEE Conference on Computer-Aided Design** (November 1988):2-5
- [6] Malik, S.; Wang, A. R.; Brayton, R. K. and Sangiovanni-Vincentelli, A. Logic verification using binary decision diagrams in a logic synthesis environment. **Proceedings of the IEEE Conference on Computer-Aided Design** (November 1988):6-9
- [7] Matsunaga, Y. and Fujita, M. Multi-level logic optimization using binary decision diagrams. **Proceeding of the IEEE Conference on Computer - Aided Design** (November 1989).
- [8] Calazans, N; Jasobi, R.; Zhang, Q. and Trullemans, C. Improving BDDs manipulation through incremental reduction and enhanced heuristics. **Proceeding of the IEEE Custom Integrated Circuit Conference** (1991) : 472-475.
- [9] Jacobi, R.; Calazans, N. and Trullemans, C. Incremental reduction of binary decision diagrams. **Proceedings of the IEEE Conference on Computer-Aided Design** (November 1991):3174-3177
- [10] Ishiura, N.; Sawada, H and Yajima, S. Minimization of binary decision diagrams based on exchanges of variables. **Proceedings of the IEEE Conference on Computer-Aided Design** (November 1991): 472 - 475.
- [11] Rudell, R. Dynamic variable ordering for ordered binary diagrams. **Proceedings of the IEEE Conference on Computer-Aided Design** (November 1993): 42 - 47.

- [12] Friedman , S.J. and Supowit , K.J. Finding the optimal variable ordering for binary decision diagrams. **IEEE Transaction on Computer** Vol.39 No.5 (May 1990).
- [13] Fred Glover, Manuel Laguna **TABU SEARCH**
- [14] Rick, E. and Knight , K. **Artificial Intelligence** 2nd.ed. Singapore: McGraw-Hill, 1991
- [15] Mitchell, T.M. **Machine Learning**. Massachusetts: McGraw-Hill, 1994
- [16] Quinlan , J.R. **C4.5 : Programs for machine learning**. California : Morgan Kaufmann, 1993.
- [17] **MCNC Benchmark Circuit** <ftp.mcnc.org>. [path:pub/benchmark_dirs/LGSy91/twoexample], Marc 1994.
- [18] **MCNC Benchmark Circuit** <http://www.cbl.ncsu.edu./pub/benchmark_dirs/LGSy91/twoexample>, Marc 1994.
- [19] Vinyoonutakul, S.; Kijisirikul , B. and Thongtak, A. Binary decision diagrams minimization based on decision tree learning. **Proceedings of the IEEE International Symposium on Intelligent Signal Processing and Communication Systems**. (1999)
- [20] ศิริพรรณ วิญญูนนทกุล, บุญเสริม กิจศิริกุล และอาทิตย์ ทองทักษ์. การปรับปรุงวิธีการสร้างแผนภาพตัดสินใจทวิภาคโดยการเรียนรู้ต้นไม้ตัดสินใจ. การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 22 (2542).
- [21] บุญเสริม กิจศิริกุล, ปัญญาประดิษฐ์ (Artificial Intelligence), เอกสารคำสอน 2004
- [22] Christop Meinel, Thorsten Theobald **Algorithms and Data Structures in VLSI Design**, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1998.

